

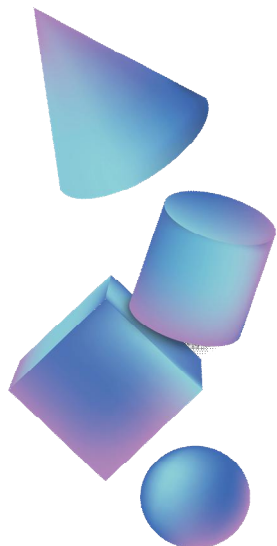
# KIMJISUK

- 서울대학교 수학교육과 졸업 (영문학 부전공)
- 초등학교 수학 30점을 넘어본 적이 없는 수포자
- 꾸준한 성적 향상으로 서울대 수학교육과 졸업, EBS-i 강사

- 현) EBS-i 강사
  - 현) 오르비 강사
  - 전) 공신닷컴(gongsin.com) 대표멘토
  - 전) 미국 Lehi High School 교사인턴
- 『대박타점 공부법』 저자

- MBC <오늘의 아침> 출연
- 여성중앙 <공신 멘토링> 멘토
- 동아일보 <신나는 공부> 코너 인터뷰
- 조인스TV <열려라 공부> 출연
- 메가TV <수능공부법> 수리영역 공부법 강의
- 한겨레 신문 보도
- 중앙일보 <공부 개조 프로젝트> 자문 멘토
- tvN <80일만에 서울대 가기> 출연
- KBS <세상의 아침> 출연
- KBS <생방송 오늘> 출연
- 신동아 <'1등 코드'를 찾아서> 출연
- MBC <경제 매거진> 출연
- KBS <취재파일4321> 출연
- MBC <베란다쇼> 출연





**도형의  
필연성**  
**Contents**  
**김지석**



**Part.1**

**도형의 필연성**

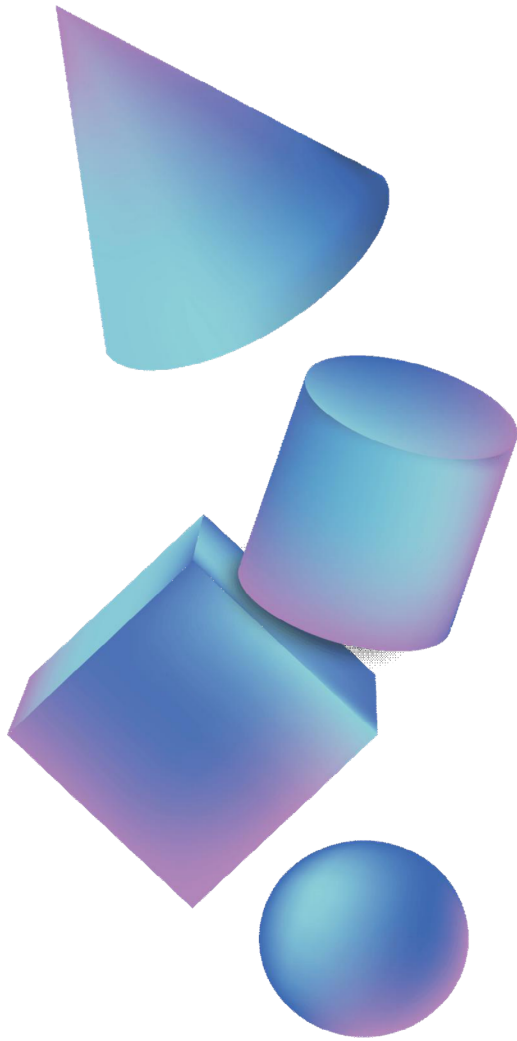
P.006



**Part.4**

**15개정 도형 기출**

P.106



## ■도형의 필연성이란?

많은 사람들이 도형문제는 학습자에 '감'에 의존하여 풀게 하죠. 논리적인 학문이 수학인데 왜 수학도형을 '감'으로 풀라고 하나요? 그건 교육자의 눈높이와 학습자의 눈높이가 달라서 그렇습니다. 학습자의 눈높이에 편안하게 맞춘 도형의 필연성으로 논리적으로 도형문제를 풀어보세요.

# PART 01.

## 도형의 필연성

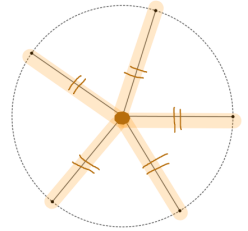
## 필연성 01

## 원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

✓ 접점 → 접선과 수직

문제를 풀 때 원이 나오면 중심과 특별한 점을 이어줘야 한다.

‘원’이라는 도형의 정의 자체가 ‘한 정점으로부터 같은 거리(=반지름)에 있는 점들의 집합’이기 때문이다. 원이 곡선이긴 해도 정작 문제 풀 때는 그 곡선을 활용하기보다 이은 선분(반지름)의 길이가 같다는 걸 활용하는 것이다. 도형에서 ‘곡선’ 문제는 ‘직선’ 문제로 변환되어야 풀린다는 걸 명심하자.

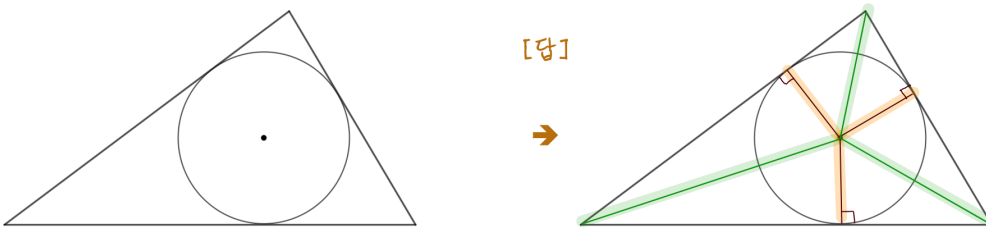


■ EX - 문제에 아래와 같은 도형이 나온다고 가정했을 때, 알맞은 보조선을 그으시오.



문제를 풀 때 접점은 언제나 특별한 점이다. 특히 접점과 중심을 이은 선분은 접선과 수직하다는 걸 문제 풀 때 꼭 활용할 생각을 해야 한다.

■ EX - 문제에 아래와 같은 도형이 나온다고 가정했을 때, 알맞은 보조선을 그으시오.

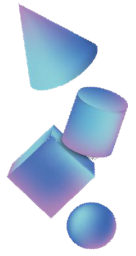


접점은 물론 삼각형의 꼭짓점도 특별한 점이다.

## 필연성 02

## 수직 선분 → 높이 → 삼각형 넓이 활용

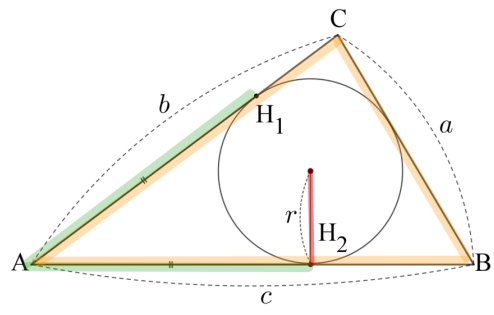
문제에서 변과 수직인 선분이 나오면 그 선분이 삼각형의 높이의 역할을 할 수 있고, 이를 이용해 삼각형의 넓이를 활용할 수 있다는 생각을 해낼 수 있어야 한다.



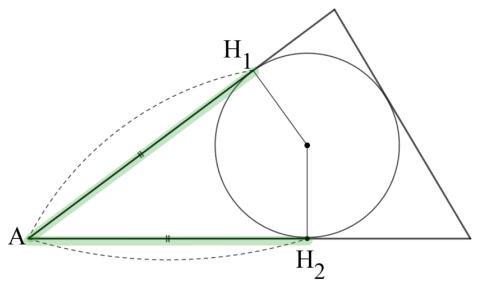
**필연성 03**

**삼각형에 내접하는 원**

- ✓  $AH_1 = AH_2$
- ✓  $S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

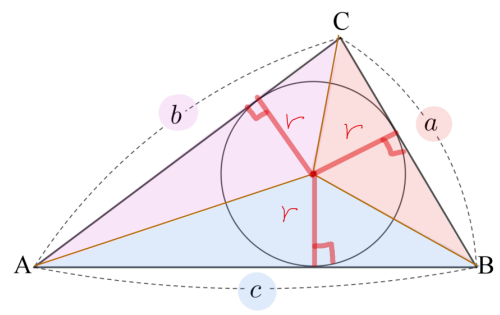
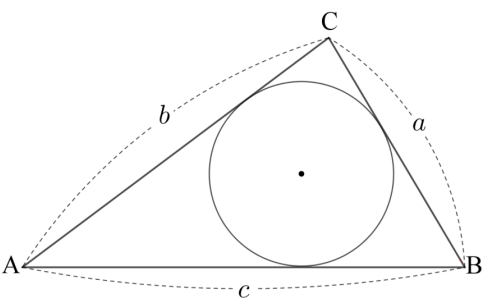


삼각형에 내접하는 원이 나올 때는 멍멍멍 쳐다만 보지말고 위의 두 가지를 사용할 생각을 해야 한다.



[중학도형 개념] 원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

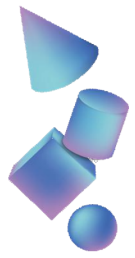
$\therefore AH_1 = AH_2$



$$S = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

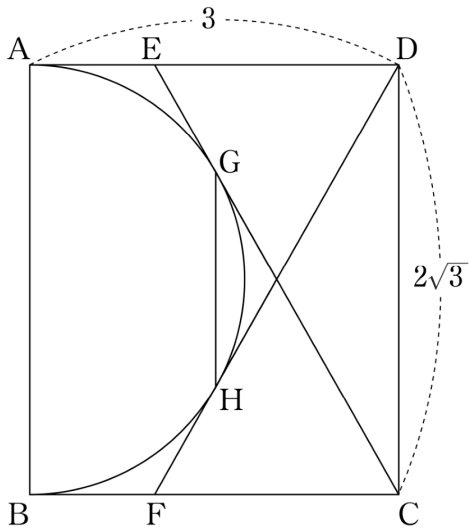
위의 식은 삼각형 넓이로 규정된 것이지만 실전에서 삼각형 넓이 구하는데 사용되기 보다는 주로 삼각형의 넓이를 활용해 내접원의 반지름의 길이를 구하는 데 사용된다. ( $r = \frac{2S}{a+b+c}$ )



### Question

3. [2017년 3월 17번]

그림과 같이  $\overline{AD} = 3$ ,  $\overline{DC} = 2\sqrt{3}$  인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AD 위의 점 E, 선분 BC 위의 점 F에 대하여 두 선분 EC, DF가 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 G, H에서 각각 접한다. 선분 GH의 길이는? [4점]



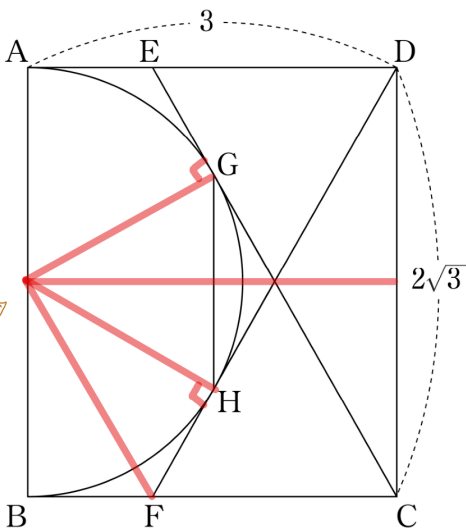
#### ■ Mission 1.

이 문제에 사용될 도형의 필연성을 3개를 쓰고 문제를 풀어 보세요.

Answer

[2017년 3월 17번]

그림과 같이  $\overline{AD} = 3$ ,  $\overline{DC} = 2\sqrt{3}$  인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AD 위의 점 E, 선분 BC 위의 점 F에 대하여 두 선분 EC, DF가 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 G, H에서 각각 접한다. 선분 GH의 길이는? [4점]



- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③  $\frac{3}{2}$     ④  $\sqrt{3}$     ⑤ 2

필연성 01

원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

✓ 접점 → 접선과 수직

필연성 05

대칭 도형 → 반평

✓ 이등변삼각형 → 직각 삼각형

필연성 06

문제에서 30°, 60°, 정삼각형이 나오면

⇒ 특수각 삼각비 1:2:√3

✓ 정삼각형은 30°, 60°에 대한 단서

✓ 도형 문제에서  $\sqrt{3}$ 이라는 숫자가 등장하는 것만으로도 각도 30°, 60°가 나올 가능성이 크다는 걸 예상하고 있어야 한다.



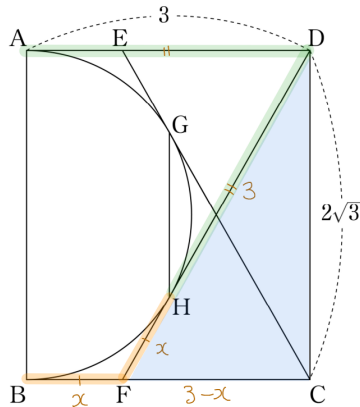
수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

풀이1

구하는 것 ·  $\overline{GH}$

- 원 나오면 → 중심과 특별점 잇기
- 대칭형 도형 → 반평

(step1) 원 나오면 → 중심과 특별점 잇기  
대칭 도형 → 반평



원 외부의 점과 두 점점까지의 거리는 같다.

∴  $\overline{AD} = \overline{DH} = 3$ ,  $\overline{BF} = \overline{FH} = x$

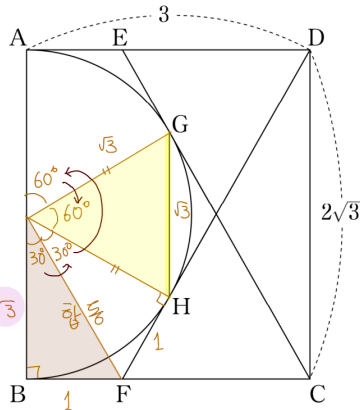
△DFC에서 피타고라스 정리에 의해

$(3+x)^2 = (3-x)^2 + (2\sqrt{3})^2$

∴  $x = 1$

(step2) 문제에서 30°, 60°, 정삼각형

⇒ 특수각 삼각비 1:2:√3



$\overline{OB} : \overline{BF} = \sqrt{3} : 1$

∴  $\angle OBF = \angle OFH = 30^\circ$

△OGH는 정삼각형

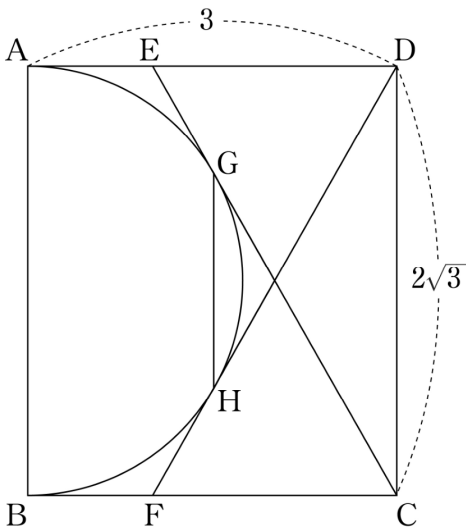
∴  $\overline{GH} = \sqrt{3}$





[2017년 3월 17번]

그림과 같이  $\overline{AD} = 3$ ,  $\overline{DC} = 2\sqrt{3}$  인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AD 위의 점 E, 선분 BC 위의 점 F에 대하여 두 선분 EC, DF가 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 두 점 G, H에서 각각 접한다. 선분 GH의 길이는? [4점]



- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③  $\frac{3}{2}$     ④  $\sqrt{3}$     ⑤ 2

**필연성 07**

직각삼각형을 수직수직으로 자르면  
→ 닮음 삼각형

**Skill 내 키를 → 서장훈 키로 바꾸기**

(아는 길이) → (모르는 길이)

✓ 내키  $\times \frac{\text{서장훈키}}{\text{내키 비율}} = \text{서장훈키}$

**필연성 11**

도형의 한 부분의 길이(각도)를 구할 때  
→ “부분의 합 = 전체” 식 세우기

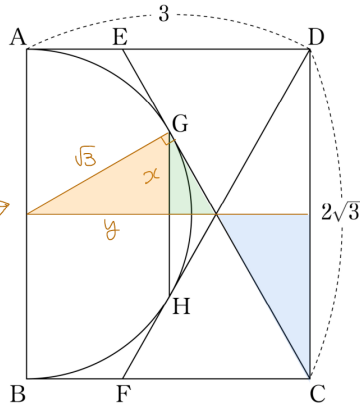
✓ ‘나머지 부분’을 빨리 파악하는 것이 핵심



수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

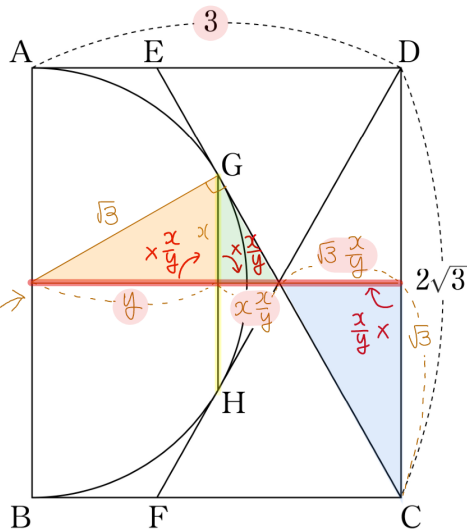
**풀이2**

(Step2) 직각삼각형을 수직수직으로 자르면  
→ 닮음 삼각형



$x^2 + y^2 = 3$

(Step3) 도형의 한 부분의 길이(각도)를 구할 때  
→ “부분의 합 = 전체” 식 세우기



$y + x \cdot \frac{x}{y} + \sqrt{3} \cdot \frac{x}{y} = 3$

$\Leftrightarrow y^2 + x^2 + \sqrt{3}x = 3y$

$\Leftrightarrow 3 + \sqrt{3}x = 3y$

$x^2 + y^2 = 3$ 와 연결한다.

$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{GH} = \sqrt{3}$

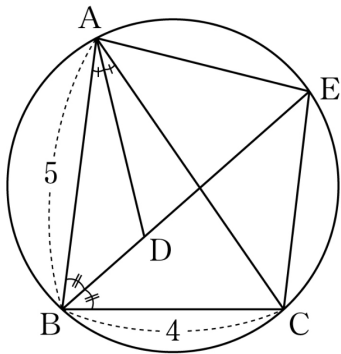
**Question**

26. [2021년 3월 (공통) 15번]

그림과 같이  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 4$ ,

$\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

$\angle ABC$ 의 이등분선과  $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

- ㉠.  $\overline{AC} = 6$
- ㉡.  $\overline{EA} = \overline{EC}$
- ㉢.  $\overline{ED} = \frac{31}{8}$

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢



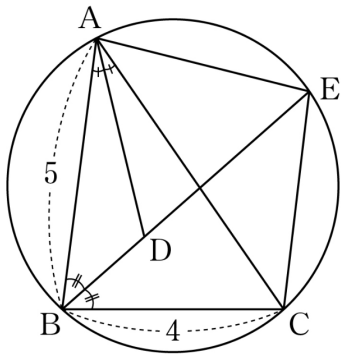
## Answer

[2021년 3월 (공통) 15번]

그림과 같이  $\overline{AB}=5$ ,  $\overline{BC}=4$ ,

$\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

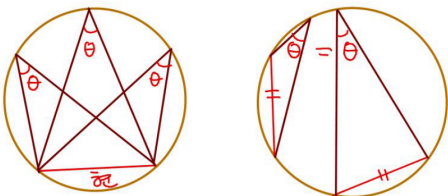
$\angle ABC$ 의 이등분선과  $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- < 보 기 >
- ㄱ.  $\overline{AC}=6$
  - ㄴ.  $\overline{EA}=\overline{EC}$
  - ㄷ.  $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**[중학도형] 원주각 동일**  
⇔ **현의 길이 동일**



### Skill Double코사인법칙 (1) 통각

- ✓ 원에 내접하는 사각형에서
- 쪼개지지 않은 각이 제시됐을 때
- 대각의 합 =  $180^\circ$  활용
- 코사인법칙 2번 쓰기

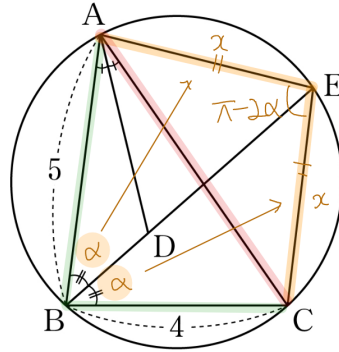


수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

ㄱ, ㄴ. (참)

[중학도형] 원주각 동일 ⇔ 현의 길이 동일  
 $\angle EBA = \angle EBC = \alpha$ 라 하자.

$\overline{EA} = \overline{EC} = x$  ... ㄴ(참)

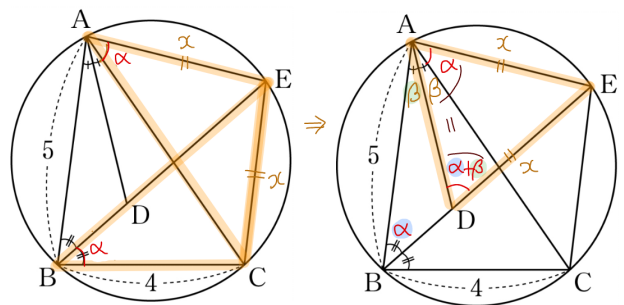


Double코사인법칙 (1) 통각

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 2\alpha \\ &= x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cos(\pi - 2\alpha) \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 25 + 16 - 40 \cdot \frac{1}{8} = 2x^2 - 2x^2 \left(-\frac{1}{8}\right) \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 6^2 = 2x^2 + \frac{1}{4}x^2 \\ \therefore \overline{AC} &= 6, x = 4 \quad \dots \text{ㄱ(참)} \end{aligned}$$

ㄷ. (거짓)

[중학도형] 원주각 동일 ⇔ 현의 길이 동일



$\therefore \overline{ED} = x = 4$

■ 연습문항까지 풀면 모든 15개정 삼각함수 기출 문제를 다 풀어보게 됩니다.

- 15개정 기출 해설 p. 138 ~
- 15개정 기출 빠른 정답 p. 166

### Question

33. [2020년 3월 (가)형 23번]  
 중심각의 크기가 1라디안이고 둘레의 길이가 24인 부채꼴의 넓이를 구하시오. [3점]

### Question

34. [2020년 7월 (가)형 7번]  
 $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AC}=\sqrt{7}$ 인 예각삼각형 ABC의 넓이가  $\sqrt{6}$ 이다.  $\angle A = \theta$ 일 때,  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 의 값은? [3점]

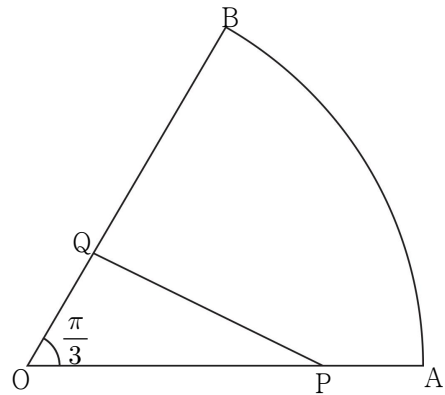
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{7}$    ②  $\frac{2}{7}$    ③  $\frac{\sqrt{5}}{7}$    ④  $\frac{\sqrt{6}}{7}$    ⑤  $\frac{\sqrt{7}}{7}$

### Question

35. [2020년 4월 (가)형 10번]

그림과 같이 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴

OAB에서 선분 OA를 3:1로 내분하는 점을 P, 선분 OB를 1:2로 내분하는 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가  $4\sqrt{3}$ 일 때, 호 AB의 길이는? [3점]

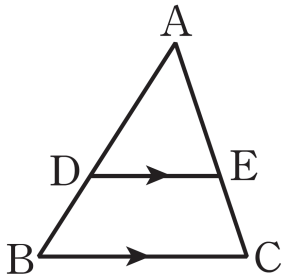


- ①  $\frac{5}{3}\pi$    ②  $2\pi$    ③  $\frac{7}{3}\pi$    ④  $\frac{8}{3}\pi$    ⑤  $3\pi$

▶ 중학도형 6

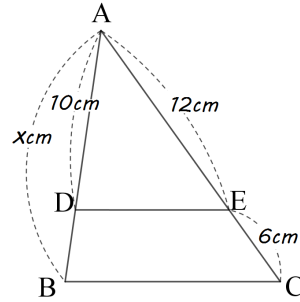
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비

$\triangle ABC$ 에서  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  일 때  
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$



◆ Question

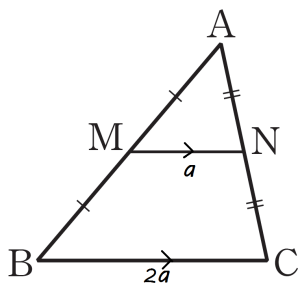
59. 다음 그림에서  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$  일 때,  $x$ 의 값을 구하시오. ■ 빠른 정답 p. 166



▶ 중학도형 7

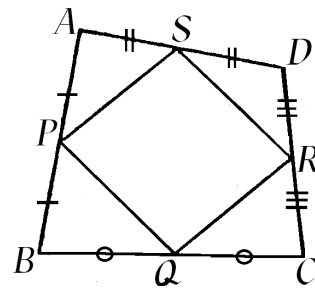
삼각형의 중점 연결정리

- ① 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 변과 평행하고 그 길이는 나머지 변의 길이의 반과 같다.
- ② 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 변의 중점을 지난다.



◆ Question

60.  $\square ABCD$ 에서 대각선의 길이가  $\overline{AC} = 10cm$ ,  $\overline{BD} = 8cm$ 이고 각 변의 중점을 P, Q, R, S라 할 때  $\square PQRS$ 의 둘레의 길이를 구하여라. ■ 빠른 정답 p. 166



50. [2022년 9월 (공통) 13번]

그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$\overline{CE} = 4, \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$

이다.  $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

- ①  $6\sqrt{10}$       ②  $10\sqrt{5}$       ③  $16\sqrt{2}$
- ④  $12\sqrt{5}$       ⑤  $20\sqrt{2}$

**필연성 09**  
코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

- [단서] → [답]
- ✓ 2변 1각 → 1변
- ✓ 3변 → 각

**필연성 01**  
원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

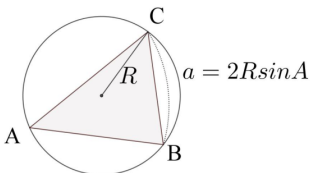
- ✓ 접점 → 접선과 수직

**필연성 08**  
사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

- [단서] → [답]
- ✓ 2변 1각 → 1각
- ✓ 1변 2각 → 1변
- ✓ 외접원 등장

**Skill** 사인법칙 실전용 (2)

- ✓ 외접원 있을 때



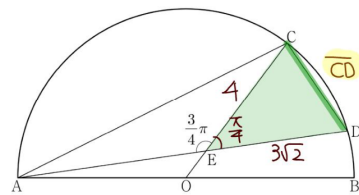
수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

풀이1

구하는 답 ·  $\overline{AC} \times \overline{CD}$

- $\overline{CD}$  → [단서]2변 1각 → [답]1변 → 코사인법칙
- $\overline{AC}$  → 외접원 등장 → 사인법칙
- $\overline{AC} = 2r \sin D$
- 반지름 r → 원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

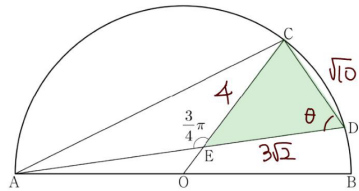
(step1) 코사인법칙 활용 →  $\overline{CD}$  구하기



$$\overline{CD}^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{10}$$

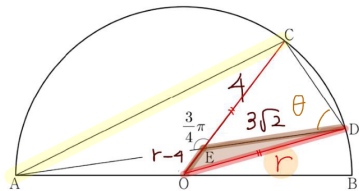
(step2) 코사인법칙 활용 →  $\angle D = \theta$  구하기



$$\cos \theta = \frac{(3\sqrt{2})^2 + \sqrt{10}^2 - 4^2}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

(step3) 코사인법칙 활용 → 반지름 r 구하기



$$r^2 = (r-4)^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(r-4)3\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4}$$

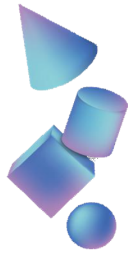
$$\therefore r = 5$$

(step4) 사인법칙 실전용 (2) →  $\overline{AC}$  구하기

$$\therefore \overline{AC} = 2r \sin \theta = 2 \times 5 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AC} \times \overline{CD} = 4\sqrt{5} \times \sqrt{10} = 20\sqrt{2}$$

# 15개정 도형 기출

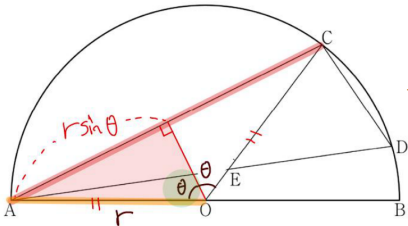


수능수학 Big Data Analyst 김지석  
수능한권 Prism 해설

## 풀이2

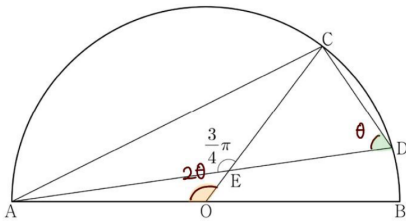
구하는 답  $\cdot \overline{AC} \times \overline{CD}$

- $\overline{CD}$  → [단서]2번 1각 → [답]1번 → 코사인법칙
- $\overline{AC}$  → 이등변삼각형 → 반평



→  $\overline{AC} = 2r \sin \theta$

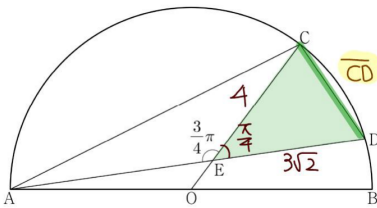
→ [중학도형] 중심각 = 원주각  $\times 2$



→  $\angle O = 2\angle D \rightarrow \angle D = \theta$

- 원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

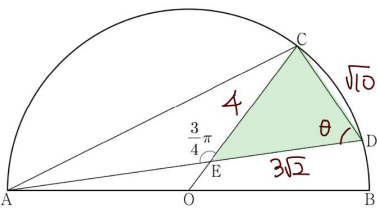
(Step1) 코사인법칙 활용 →  $\overline{CD}$  구하기



$$\overline{CD}^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$$

∴  $\overline{CD} = \sqrt{10}$

(Step2) 코사인법칙 활용 →  $\angle D = \theta$  구하기



$$\cos \theta = \frac{(3\sqrt{2})^2 + \sqrt{10}^2 - 4^2}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

∴  $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

### 필연성 05

대칭 도형 → 반평

- ✓ 이등변삼각형 → 직각 삼각형

### 필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]

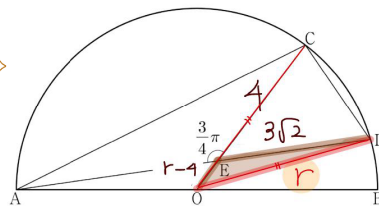
- ✓ 2변 1각 → 1변
- ✓ 3변 → 각

### 필연성 01

원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

- ✓ 접점 → 접선과 수직

(Step3) 코사인법칙 활용 → 반지름 r 구하기



$$r^2 = (r-4)^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(r-4)3\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4}$$

∴  $r = 5$

(Step4) 이등변삼각형 → 반평 →  $\overline{AC}$  구하기

∴  $\overline{AC} = 2r \sin \theta = 2 \times 5 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$

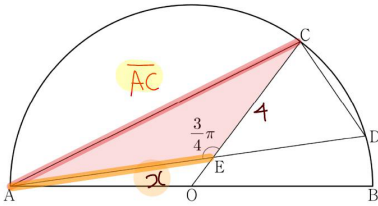
∴  $\overline{AC} \times \overline{CD} = 4\sqrt{5} \times \sqrt{10} = 20\sqrt{2}$



풀이3

구하는 답  $\rightarrow \overline{AC} \times \overline{CD}$

- $\overline{CD}$   $\rightarrow$  [단서]2번 1각  $\rightarrow$  [답]1번  $\rightarrow$  코사인법칙
- $\overline{AC}$   $\rightarrow$   $\angle CEA = \frac{3\pi}{4}$  활용  $\rightarrow$  코사인법칙

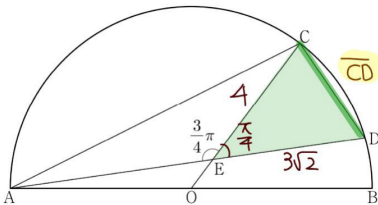


$$\rightarrow \overline{AC}^2 = x^2 + 4^2 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$$

$\rightarrow \overline{AE} = x$  구하기

- $\triangle AEO$  : 정보가 많은 삼각형
- $\triangle AEC$  : 정보가 부족한 삼각형
- $\rightarrow \overline{AE}$  : 공통부분
- 원 나오면  $\rightarrow$  중심과 특별점 잇기

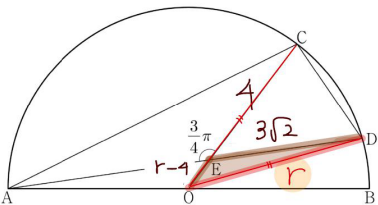
(Step1) 코사인법칙 활용  $\rightarrow \overline{CD}$  구하기



$$\overline{CD}^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{10}$$

(Step2) 코사인법칙 활용  $\rightarrow$  반지름 r 구하기



$$r^2 = (r-4)^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(r-4)3\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore r = 5$$

필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서]  $\rightarrow$  [답]

- ✓ 2변 1각  $\rightarrow$  1변
- ✓ 3변  $\rightarrow$  각

필연성 15

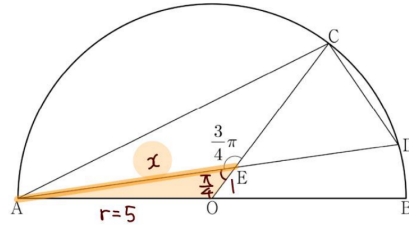
길이를 모르는 삼각형과  
길이를 아는 삼각형이 섞여 있을 때  
 $\rightarrow$  공통부분을 찾아라!

필연성 01

원 나오면  $\rightarrow$  중심과 특별점 잇기

- ✓ 점점  $\rightarrow$  접선과 수직

(Step3) 코사인법칙 활용  $\rightarrow \overline{AE}$  구하기



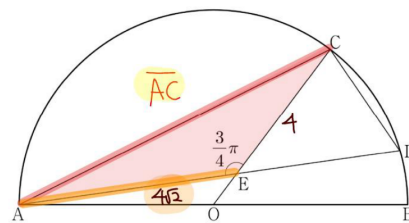
$$5^2 = x^2 + 1^2 - 2 \cdot x \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \sqrt{2}x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4(-24)}}{2}$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2}$$

(Step4) 코사인법칙 활용  $\rightarrow \overline{AC}$  구하기



$$\overline{AC}^2 = (4\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4 \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore \overline{AC} = 4\sqrt{5}$$